Μοριοδότηση 2018

Ενδεικτικές απαντήσεις και από γραπτά μαθητών

Θέμα Α

A1 - γ

A2 - δ

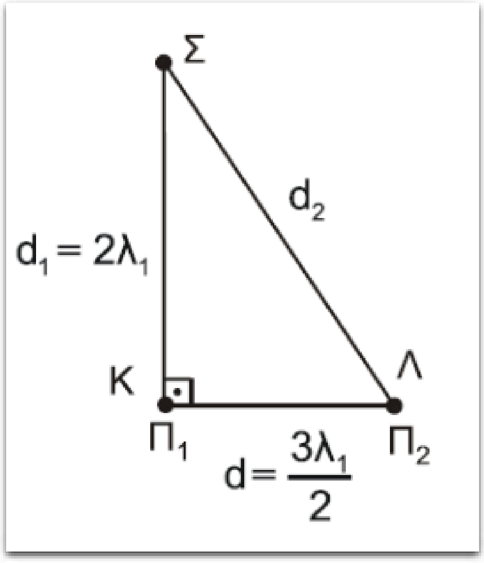
A3 - α

A4 - δ

A5: $\Lambda - \Sigma - \Lambda - \Sigma - \Lambda$

Θέμα Β

B1-(i)



$$d_2 = \sqrt{d_1^2 + d^2} = \sqrt{4 \cdot \lambda_1^2 + \frac{9}{4} \cdot \lambda_1^2} = \frac{5 \cdot \lambda_1}{2}$$

Ίδιο υλικό

$$v_\delta = \lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_2 \cdot f_2 \xRightarrow{f_2 = 2 \cdot f_1} \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}$$

$$\alpha)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$$

$$|A_\Sigma| = |2A \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi(d_1 - d_2)}{2\lambda_2}| = |2A \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{\pi(2\lambda_1 - \frac{5\lambda_1}{2})}{\frac{\lambda_1}{2}}| = |2A|$$

άρα σωστό το i

$\beta)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$

$$\left.\begin{array}{c} d_1 - d_2 = 2\lambda_1 - \frac{5\lambda_1}{2} = -\frac{\lambda_1}{2} = -\lambda_2 \\ \\ d_1 - d_2 = N \cdot \lambda_2 \end{array}\right\} \mathrm{N} = -1 \quad \varepsilon\nu\iota\sigma\chi\upsilon\sigma\eta$$

άρα σωστό το i

$\gamma)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$

Από την πηγή Π_1 το κύμα φτάνει στο σημείο Σ σε χρόνο t_1

$$t_1 = \frac{d_1}{\upsilon} = \frac{2 \cdot \lambda_1}{\upsilon} = 2\mathrm{T}_1$$

Από την πηγή Π_2 το κύμα φτάνει στο σημείο Σ σε χρόνο t_2

$$t_2 = \frac{d_2}{\upsilon} = \frac{5 \cdot \frac{\lambda_1}{2}}{\upsilon} = \frac{5}{2} \cdot \mathrm{T}_1$$

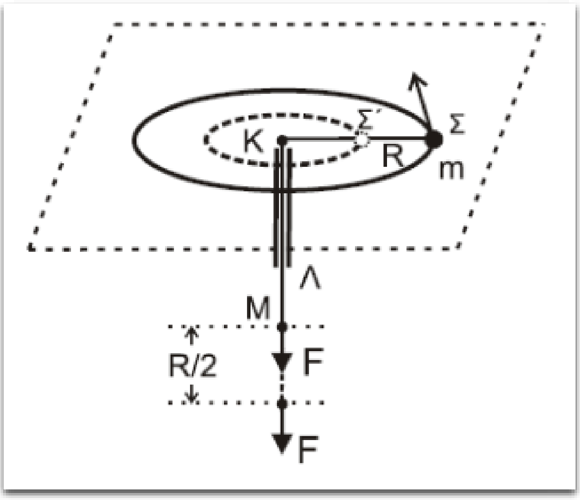
$$f_2 = 2 \cdot f_1 \Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{2}$$

Τα κύματα από τις δύο πηγές φτάνουν στο σημείο Σ με χρονική διαφορά Δt

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{5}{2} \cdot \mathrm{T}_1 - 2\mathrm{T}_1 = \frac{T_1}{2} = T_2$$

άρα σωστό το i

Β2 - $(\iota\iota)$



$$m: \quad \Sigma\tau_{\varepsilon\xi(\mathrm{K})} = \vec{0} \Rightarrow \Delta\vec{L} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{L_1} = \overrightarrow{L_2}$$

Η τάση του νήματος διέρχεται από τον άξονα περιστροφής

$\alpha)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$

$$\text{Άρα} \quad m \cdot \upsilon \cdot R = m \cdot \upsilon' \cdot \frac{R}{2} \Rightarrow \upsilon' = 2\upsilon$$

$$\Theta\text{MKE}_m(\Sigma \to \Sigma') \quad \mathrm{K}_{\Sigma'} - \mathrm{K}_{\Sigma} = W_F \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon'^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 = W_F$$

$$\left.\begin{array}{c} W_F = \frac{3}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 \\ \\ \upsilon = \omega \cdot R \end{array}\right\} W_F = \frac{3}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot R^2$$

άρα σωστό το iii

$$\beta)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$$

$$I_1 \cdot \omega = \mathrm{I}_2 \cdot \omega' \Rightarrow m \cdot R^2 \cdot \omega = m \cdot \frac{R^2}{4} \cdot \omega' \Rightarrow \omega' = 4\omega$$

$$\Theta\text{MKE}_m(\Sigma \to \Sigma') \quad \mathrm{K}_{\Sigma'} - \mathrm{K}_{\Sigma} = W_F \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \mathrm{I}_2 \cdot \omega'^2 - \frac{1}{2} \cdot \mathrm{I}_1 \cdot \omega^2 = W_F$$

$$W_F = \frac{1}{2} m \frac{R^2}{4} 16\omega^2 - \frac{1}{2} m \cdot R^2 \omega^2 \Rightarrow W_F = \frac{3}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot R^2$$

άρα σωστό το iii

$$\gamma)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$$

$$I_1 \cdot \omega = \mathrm{I}_2 \cdot \omega' \Rightarrow m \cdot R^2 \cdot \omega = m \cdot r^2 \cdot \omega' \Rightarrow \omega' = \frac{R^2 \cdot \omega}{r^2}$$

Αρχή του συστήματος αναφοράς το σημείο Σ και θετική φορά προς το κέντρο του κύκλου K.

Για μετατόπιση x η ακτίνα του κύκλου είναι $r = R - x$

$$\omega' = \frac{R^2 \cdot \omega}{(R-x)^2}$$

Για την νέα θέση $r = R - x$

$$\mathrm{T} = F = \frac{m \cdot \upsilon'^2}{r} = m \cdot \omega'^2 \cdot r = m \cdot \left(\frac{R^2 \cdot \omega}{(R-x)^2}\right)^2 \cdot (R-x)$$

$$F = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot R^4}{(R-x)^3}$$

$$W_F = \int_0^{\frac{R}{2}} F dx = \int_0^{\frac{R}{2}} \frac{m \cdot \omega^2 \cdot R^4}{(R-x)^3} dx = -\int_0^{\frac{R}{2}} \frac{m \cdot \omega^2 \cdot R^4}{(R-x)^3} d(R-x) = -m \cdot \omega^2 \cdot R^4 \cdot \int_0^{\frac{R}{2}} \frac{d(R-x)}{(R-x)^3}$$

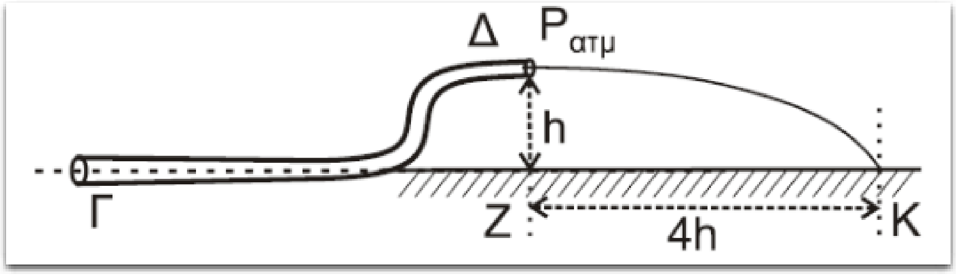
$$W_F = -m \cdot \omega^2 \cdot R^4 \cdot \left.\frac{(R-x)^{-2}}{-2}\right]_0^{\frac{R}{2}} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot R^4}{2} \left[\frac{1}{(R-x)^2}\right]_0^{\frac{R}{2}}$$

$$W_F = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot R^4}{2} \cdot \left[\frac{1}{(\frac{R}{2})^2} - \frac{1}{R^2}\right] = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot R^4}{2} \cdot \left[\frac{4}{R^2} - \frac{1}{R^2}\right]$$

$$W_F = \frac{3}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot R^2$$

άρα σωστό το iii

B3 - (ι)



$$\alpha)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$$

Εξίσωση Bernoulli για μια ρευματική γραμμή $(\Gamma \rightarrow \Delta)$

$$P_\Gamma + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Gamma^2 = P_\Delta + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Delta^2 + \rho \cdot g \cdot h$$

Εξίσωση συνέχειας $(\Gamma \rightarrow \Delta)$

$$\Pi_\Gamma = \Pi_\Delta \Rightarrow A_\Gamma \cdot \upsilon_\Gamma = A_\Delta \cdot \upsilon_\Delta \overset{A_\Gamma = 2A_\Delta}{\Longrightarrow} \upsilon_\Delta = 2\upsilon_\Gamma$$

Οριζόντια βολή $(\Delta \rightarrow K)$

$$\left.\begin{matrix} h = \frac{1}{2}g \cdot t^2 \\ \\ 4h = \upsilon_\Delta \cdot t \end{matrix}\right\} 4h = \upsilon_\Delta \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow \upsilon_\Delta^2 = 8g \cdot h \overset{\upsilon_\Delta = 2\upsilon_\Gamma}{\Longrightarrow} 4\upsilon_\Gamma^2 = 8g \cdot h \Rightarrow \upsilon_\Gamma^2 = 2g \cdot h$$

$$g \cdot h = \frac{\upsilon_\Gamma^2}{2}$$

Άρα η εξίσωση Bernoulli γράφεται

$$P_\Gamma - P_\Delta = \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Delta^2 + \rho \cdot g \cdot h - \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Gamma^2 = \frac{1}{2}\rho \cdot 4\upsilon_\Gamma^2 + \rho \cdot \frac{\upsilon_\Gamma^2}{2} - \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Gamma^2 = 2\rho \cdot \upsilon_\Gamma^2$$

άρα σωστό το i

$$\beta)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$$

Εξίσωση συνέχειας $(\Gamma \rightarrow \Delta)$

$$\Pi_\Gamma = \Pi_\Delta \Rightarrow A_\Gamma \cdot \upsilon_\Gamma = A_\Delta \cdot \upsilon_\Delta \overset{A_\Gamma = 2A_\Delta}{\Longrightarrow} \upsilon_\Delta = 2\upsilon_\Gamma$$

Εξίσωση Bernoulli για μια ρευματική γραμμή $(\Gamma \rightarrow \Delta)$

$$P_\Gamma + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Gamma^2 = P_\Delta + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Delta^2 + \rho \cdot g \cdot h$$

$$P_\Gamma - P_\Delta = \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Delta^2 + \rho \cdot g \cdot h - \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_\Gamma^2$$

$$\overset{\upsilon_\Delta = 2\upsilon_\Gamma}{\Longrightarrow} \Delta P = \frac{3}{2}\rho \cdot \upsilon_\Gamma^2 + \rho \cdot g \cdot h$$

Ισχύει ότι $\rho \cdot g \cdot h > 0$

Η επιλογή ii απορρίπτεται διότι $\frac{3}{2}\rho \cdot \upsilon_{\Gamma}^2 > \rho \cdot \upsilon_{\Gamma}^2$

Η επιλογή iii απορρίπτεται διότι $\frac{3}{2}\rho \cdot \upsilon_{\Gamma}^2 > \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_{\Gamma}^2$

άρα σωστό το i

$$\gamma)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi\alpha\varsigma}$$

Εξίσωση συνέχειας $(\Gamma \rightarrow \Delta)$

$$\Pi_{\Gamma} = \Pi_{\Delta} \Rightarrow A_{\Gamma} \cdot \upsilon_{\Gamma} = A_{\Delta} \cdot \upsilon_{\Delta} \overset{A_{\Gamma}=2A_{\Delta}}{\Longrightarrow} \upsilon_{\Delta} = 2\upsilon_{\Gamma}$$

Εξίσωση Bernoulli για μια ρευματική γραμμή $(\Gamma \rightarrow K)$

$$P_{\Gamma} + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_{\Gamma}^2 = P_K + \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_K^2$$

$$P_K = P_{\Delta} = P_{atm}$$

$$P_{\Gamma} - P_{\Delta} = \frac{1}{2}\rho \cdot (\upsilon_K^2 - \upsilon_{\Gamma}^2)$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t \cdot t \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot \upsilon_{k_y} \cdot t \Rightarrow$$

$$4h = \upsilon_{\Delta} \cdot t \Rightarrow 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \upsilon_{k_y} \cdot t = \upsilon_{\Delta} \cdot t \Rightarrow \upsilon_{k_y} = \frac{\upsilon_{\Delta}}{2}$$

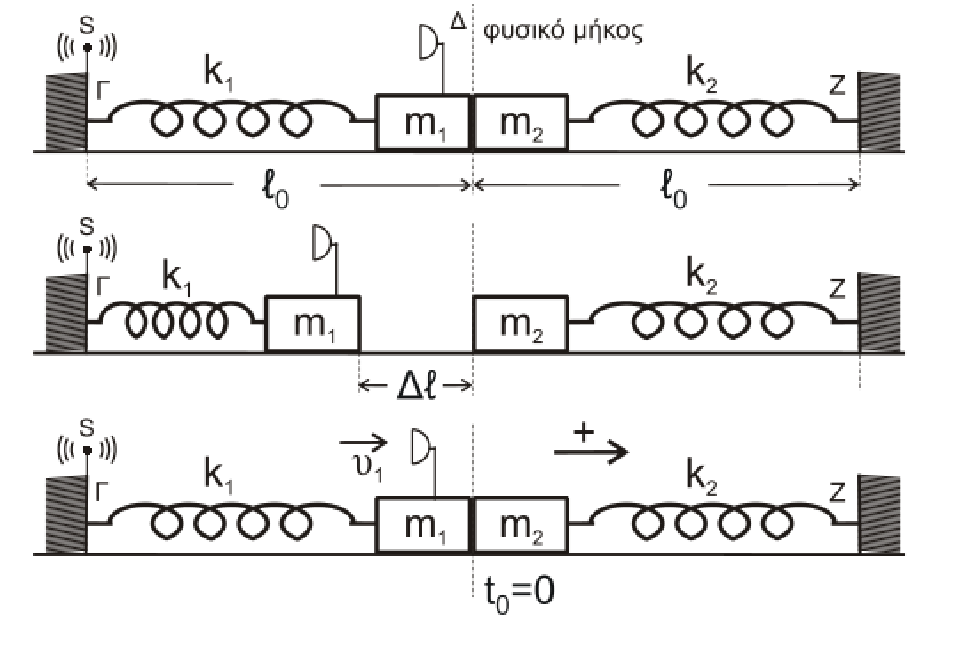
$$\upsilon_K^2 = \upsilon_{k_x}^2 + \upsilon_{k_y}^2 \Rightarrow \upsilon_K^2 = \upsilon_{\Delta}^2 + (\frac{\upsilon_{\Delta}}{2})^2 \Rightarrow \upsilon_K^2 = \frac{5}{4} \cdot \upsilon_{\Delta}^2$$

$$P_{\Gamma} - P_{\Delta} = \frac{1}{2}\rho \cdot (\upsilon_K^2 - \upsilon_{\Gamma}^2) \Rightarrow P_{\Gamma} - P_{\Delta} = \frac{1}{2}\rho \cdot (\frac{5}{4} \cdot \upsilon_{\Delta}^2 - \upsilon_{\Gamma}^2) \Rightarrow P_{\Gamma} - P_{\Delta} = 2 \cdot \rho \cdot \upsilon_{\Gamma}^2$$

άρα σωστό το i

Θέμα Γ

Γ1



$$k_1 = k_2 = k$$

$$m_1 = m_2 = m$$

$$\Delta l = 0.4m = A_1$$

$$K_1 - m, \quad \mathrm{AAT} : D_1 = k_1 = m_1 \cdot \omega_1^2 \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 5\frac{rad}{sec}$$

$$\upsilon_{max1} = \omega_1 \cdot A_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \Delta l = 2\frac{m}{sec}$$

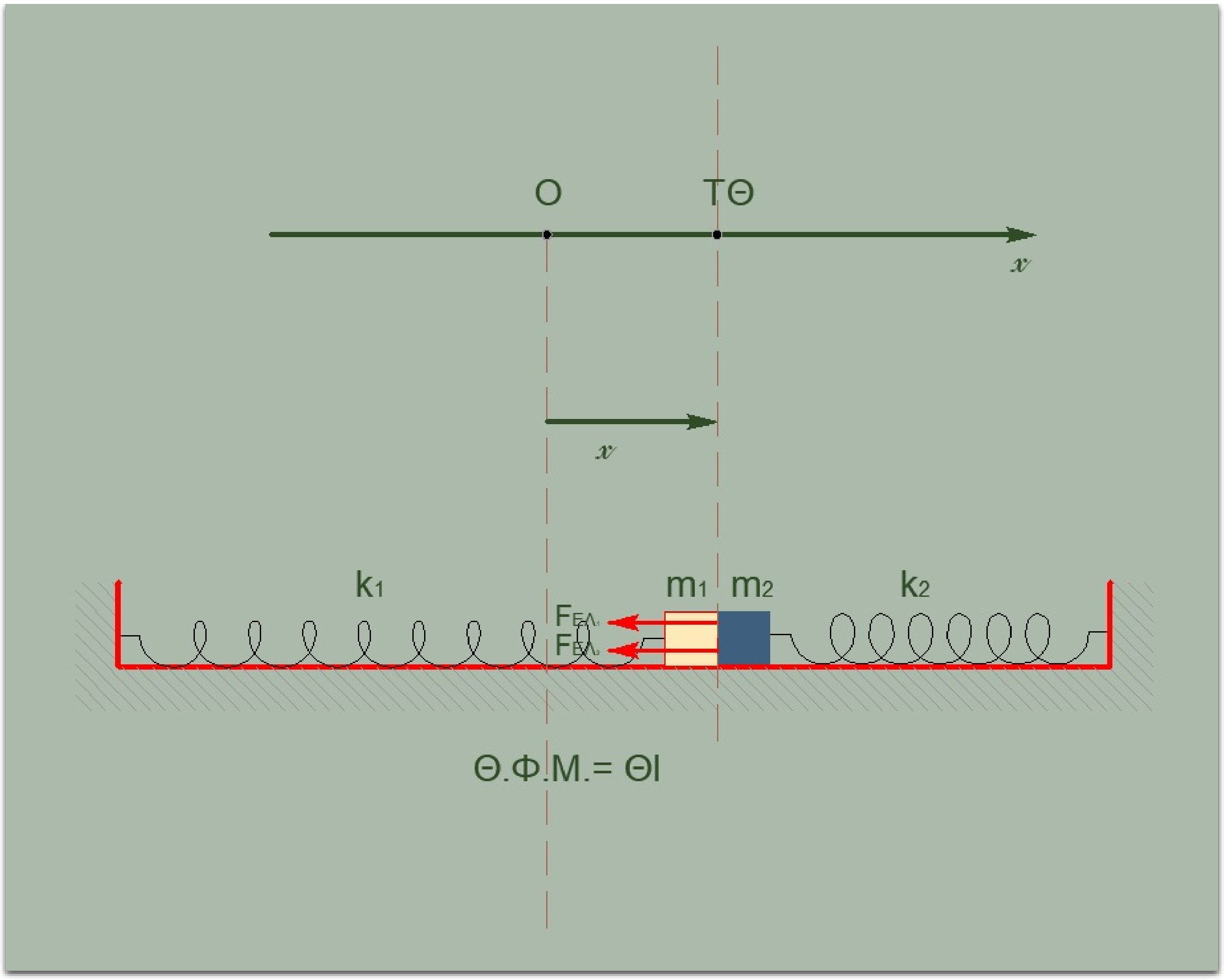
$$f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_{max1}}{\upsilon_{\eta\chi}} \cdot f_s$$

$$\mathrm{A\Delta O} \quad m_1, m_2 \quad (\Theta.\mathrm{I.}) \quad m_1 \cdot \upsilon_{max1} = (m_1 + m_2) \cdot V \Rightarrow V = 1\frac{m}{sec}$$

$$f_2 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - V}{\upsilon_{\eta\chi}} \cdot f_s$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_{max1}}{\upsilon_{\eta\chi} - V} = \frac{338}{339}$$

Γ2



$$(m_1 + m_2):$$

Στη θέση Θ.Φ.Μ. $\Sigma F = 0$ άρα αυτή είναι και Θ.Ι.

$$\mathrm{T.\,\Theta.}: \Sigma F = -F_{\mathrm{E\Lambda 1}} - F_{\mathrm{E\Lambda 2}} = -k_1 \cdot x - k_2 \cdot x = -(2k)x$$

Για να εκτελεί ένα σώμα ΑΑΤ πρέπει να ισχύει

$$\Sigma F = -D \cdot x, D = 2k = (m_1 + m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2k}{2m}} = \sqrt{\frac{k}{m}} = 5\frac{rad}{sec}$$

$$\mathrm{\Theta.\,I.}: V = \upsilon_{max} \xrightarrow{\upsilon_{max}=\omega\cdot A} 1 = 5 \cdot A \Rightarrow A = 0.2m$$

Γ3

$$\left.\begin{aligned} f_{\Delta\mathrm{EKTH}} &= f_s \\ f_{\Delta\mathrm{EKTH}} &= \frac{\upsilon_{\eta\chi} \pm \upsilon_{\Sigma\Upsilon\Sigma}}{\upsilon_{\eta\chi}} \cdot f_s \end{aligned}\right\} \upsilon_{\Sigma\Upsilon\Sigma} = 0$$

Για πρώτη φορά, δηλαδή ακραία θέση, οπότε

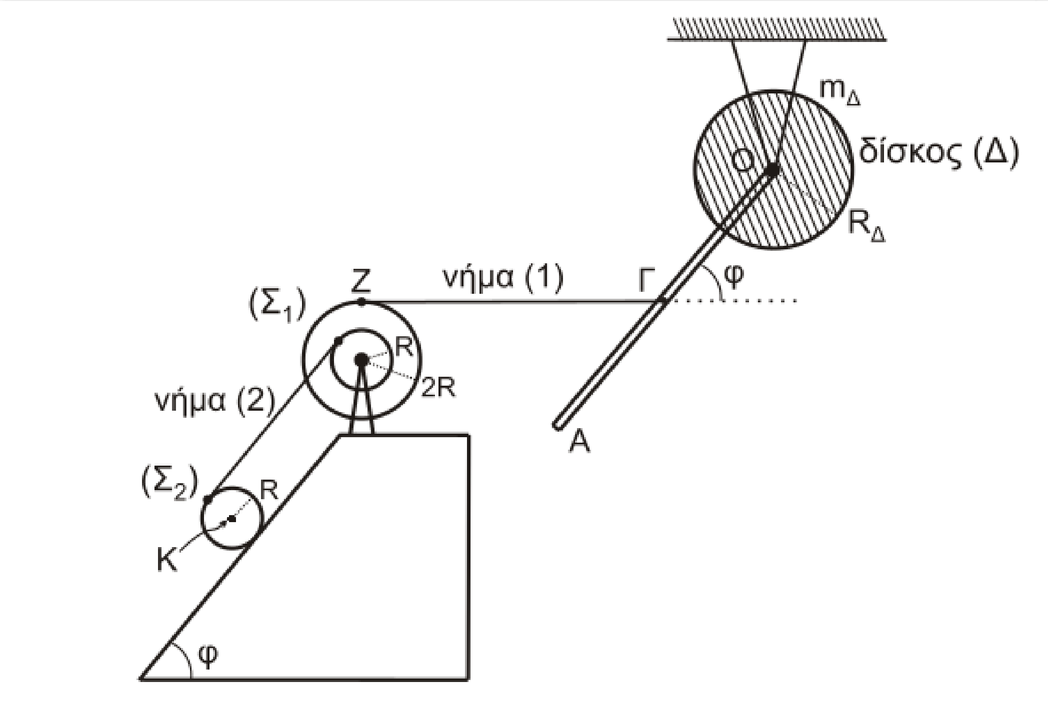
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5} sec$$

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{10} sec$$

Γ4

$$\left|\frac{dp}{dt}\right|_{m_1+m_2(max)} = \Sigma F_{max} = D \cdot A \overset{D=100\frac{N}{m}}{\Longrightarrow} \Sigma F_{max} = 20N, \quad ή \quad \frac{kg \cdot m}{sec^2}$$

Θέμα Δ



Ράβδος (ρ)

$$M = 8kg$$

$$l = 3m$$

Δίσκος (Δ)

$$m_\Delta = 4kg$$

$$R_\Delta = \frac{\sqrt{2}}{2} m$$

Τροχαλία (τροχ)

$$R = 0.2m$$

$$I_{\tau\rho o\chi} = 1.95 kg \cdot m^2$$

Κύλινδρος

$$m = 30kg$$

$$R = 0.2m$$

$$\eta\mu\varphi = 0.8$$

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = 0.6$$

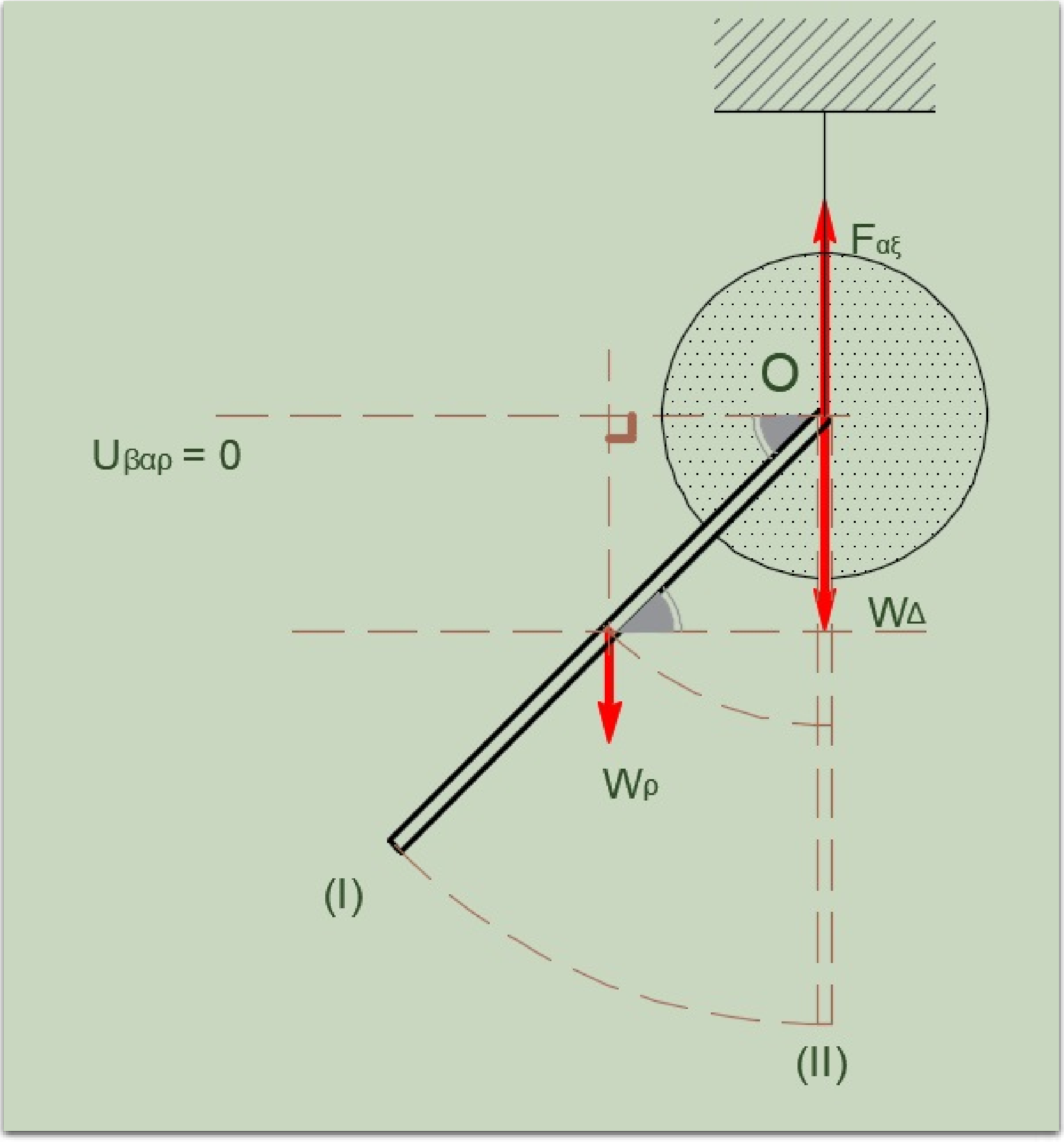
$$g = 10\frac{m}{sec^2}$$

Δ1

$$I_{\rho-\Delta} = (\frac{1}{12}\cdot M\cdot l^2 + M\frac{l^2}{4}) + \frac{1}{2}\cdot m_\Delta\cdot R_\Delta^2 = 25kg\cdot m^2$$

Δ2

$$|\frac{dL}{dt}|_{\rho-\Delta} = \Sigma\tau_{(0)} = W_\rho\cdot\frac{l}{2}\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi = 72\frac{kg\cdot m^2}{sec^2} \quad ή \quad N\cdot m$$



Δ3

$$\alpha)\underline{\tau\rho ó\pi o\varsigma}$$

$$\mathrm{A\Delta ME}_{\rho-\Delta}(\mathrm{I}\rightarrow II) : K_I + U_1 = K_{II} + U_{II}$$

$$0 + (-M\cdot g\cdot\frac{l}{2}\cdot\eta\mu\varphi + U_{\beta\alpha\rho(\Delta)(\mathrm{I})}) = \mathrm{K_{II}} + (-\mathrm{M}\cdot g\cdot\frac{l}{2} + U_{\beta\alpha\rho(\Delta)(II)})$$

$$K_{II} = M\cdot g\cdot\frac{l}{2}\cdot(1-\eta\mu\varphi) \Rightarrow K_{II} = 24J$$

$\beta)$ <u>τρόπος</u>

Επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας βαρύτητας το άκρο της ράβδου την στιγμή που γίνεται κατακόρυφη.

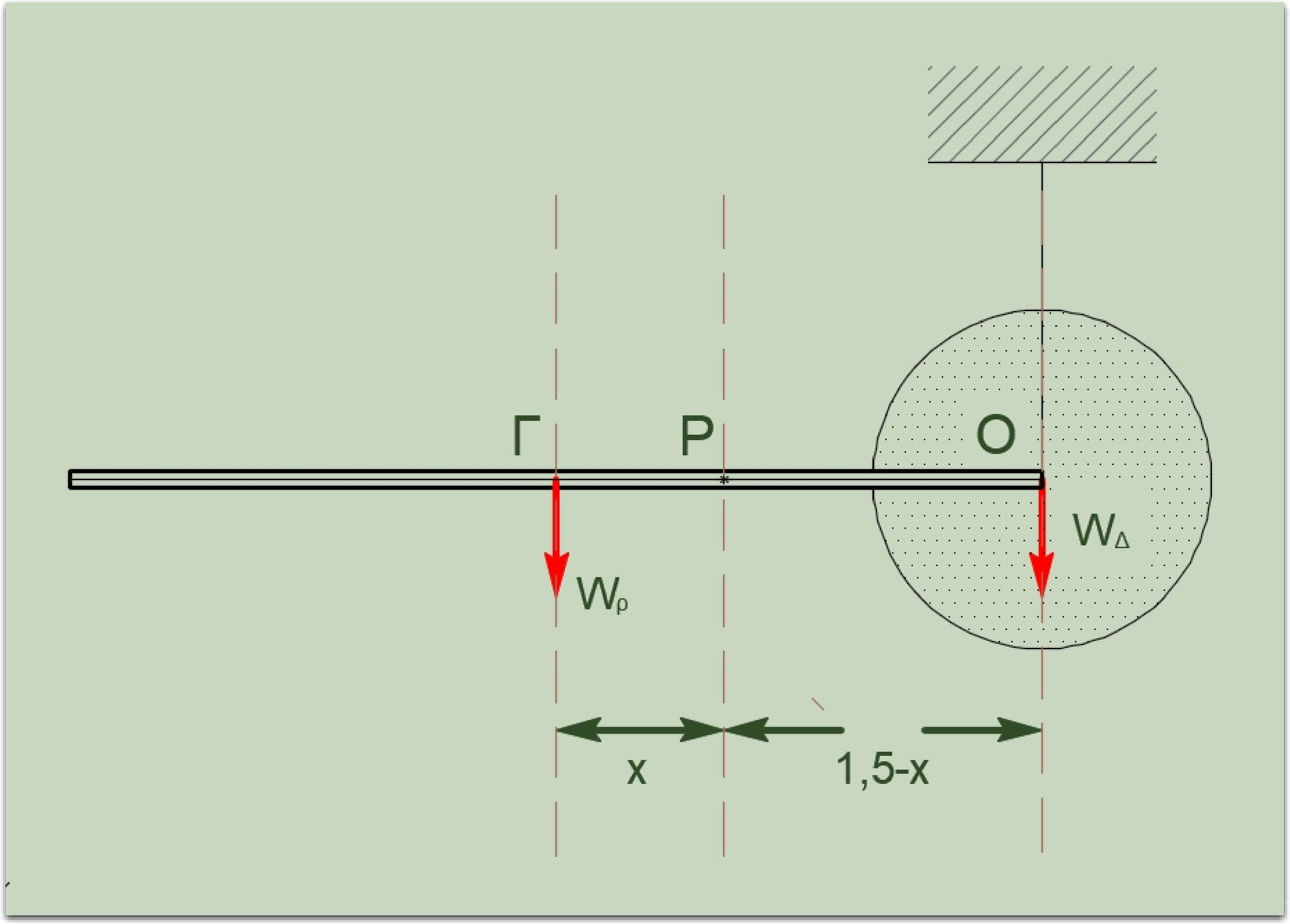
$$\mathrm{A\Delta ME}_{\rho-\Delta}(\mathrm{I} \to II) : K_I + U_1 = K_{II} + U_{II}$$

$$0 + (M \cdot g \cdot (l - \frac{l}{2} \cdot \eta\mu\varphi) + U_{\beta\alpha\rho(\Delta)(\mathrm{I})}) = \mathrm{K_{II}} + (\mathrm{M} \cdot g \cdot \frac{l}{2} + U_{\beta\alpha\rho(\Delta)(II)})$$

$$K_{II} = M \cdot g \cdot \frac{l}{2} \cdot (1 - \eta\mu\varphi) \Rightarrow K_{II} = 24J$$

$\gamma)$ <u>τρόπος</u>

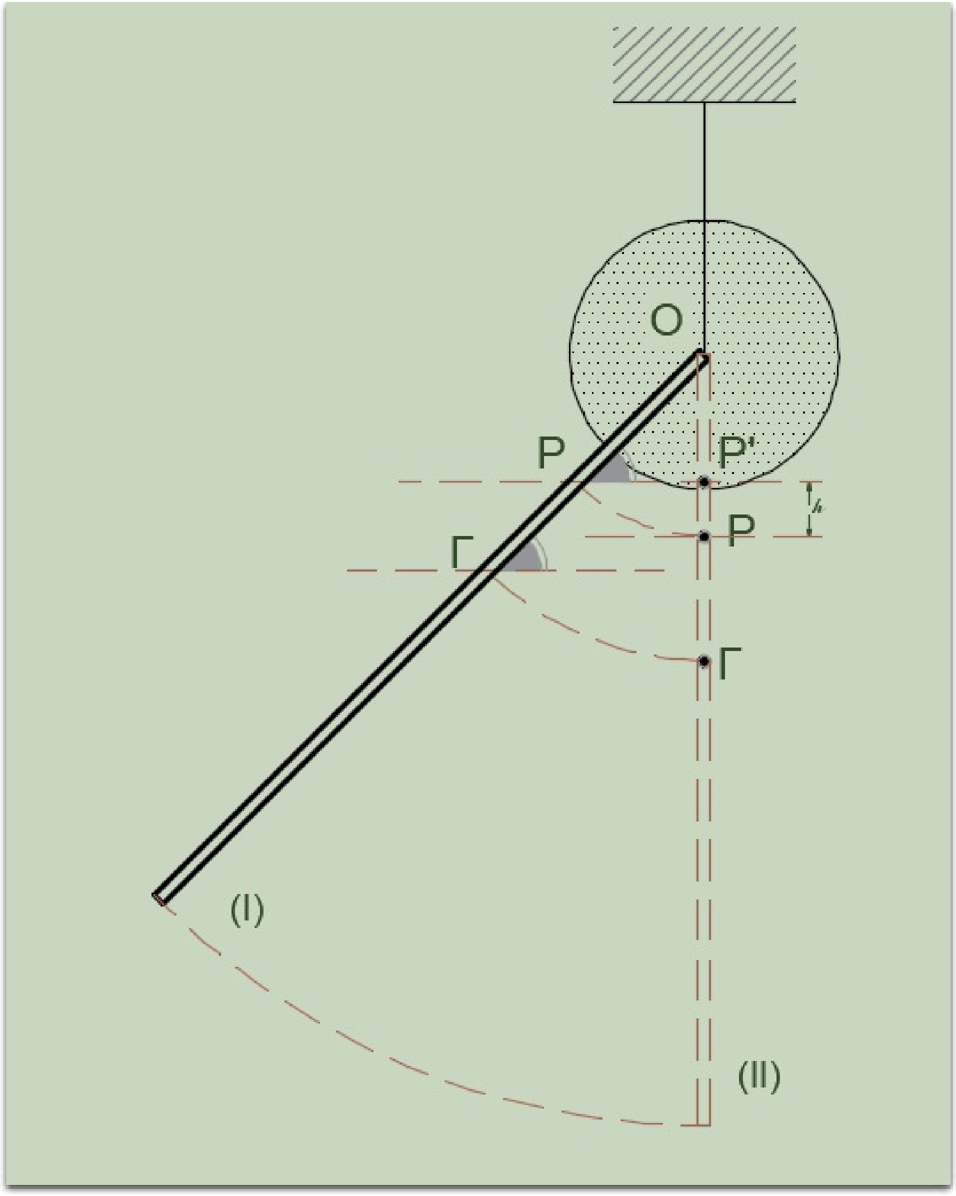
Εύρεση του κέντρου μάζας του συστήματος των δύο σωμάτων (ράβδος, δίσκος)



Έστω ότι το κέντρο μάζας P του συστήματος απέχει απόσταση x από το μέσον Γ της ράβδου. Είναι προφανές ότι αν το σύστημα στηριχθεί στο κέντρο μάζας P θα ισορροπήσει. Άρα

$$\Sigma\tau_{\mathrm{P}} = 0 \Rightarrow \tau_{W_{\mathrm{P}}} - \tau_{W_{\Delta}} = 0 \Rightarrow M \cdot g \cdot x = m_{\Delta} \cdot g(\frac{l}{2} - x)$$

$$8x = 4(1.5 - x) \Rightarrow x = 0.5m \Rightarrow \mathrm{OP} = 1m$$



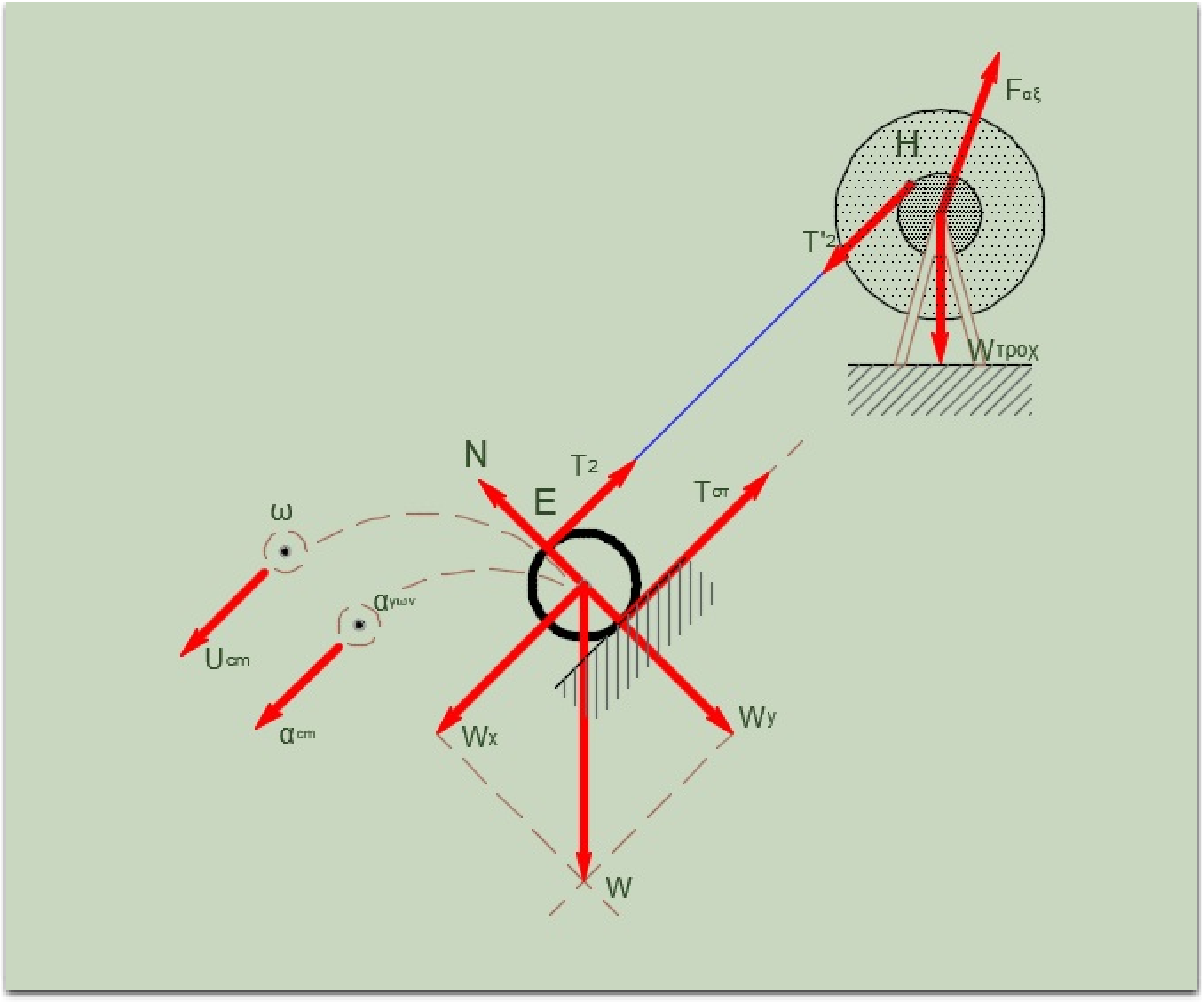
$$h = \mathrm{OP} - \mathrm{OP}' = \mathrm{OP} - \mathrm{OP}\cdot \eta\mu\varphi = \mathrm{OP}\cdot(1-\eta\mu\varphi) = 0.2m$$

Επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας βαρύτητας το κέντρο μάζας P του συστήματος (ράβδου, δίσκου) την στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη.

$$\mathrm{A\Delta ME}_{\rho-\Delta}(\mathrm{I}\rightarrow II) : K_I + U_1 = K_{II} + U_{II}$$

$$0 + (M + m_\Delta)\cdot g\cdot h = K_{II} \Rightarrow K_{II} = 24J$$

Δ4



$$\alpha)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$$

νήμα(2) αβαρές, μη εκτατό $(\mathbf{T_2} = \mathbf{T'_2})$

ΚΧΟ:

$$\upsilon_E = 2\cdot\upsilon_{cm} = 2\cdot\omega\cdot R \Rightarrow \alpha_E = 2\cdot\alpha_{cm} = 2\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R$$
$$\upsilon_E = \upsilon_H = \omega_{\tau\rho o\chi}\cdot R \Rightarrow \alpha_E = \alpha_{\mathrm{H}} = \alpha_{\gamma\omega\nu_{\tau\rho o\chi}}\cdot R$$

m: ΜΕΤ.

$$\Sigma F_x = m\cdot\alpha_x \Rightarrow W_x - T_{\sigma\tau} - \mathbf{T_2} = m\cdot\alpha_{cm} \quad (1)$$

m: ΣΤΡΟΦ.

$$\Sigma\tau = \mathrm{I}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau}\cdot R - T_2\cdot R = \frac{1}{2}\cdot m\cdot R^2\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \xRightarrow{\alpha_{cm}=\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R} T_{\sigma\tau} - \mathbf{T_2} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot\alpha_{cm} \quad (2)$$

$$(1)\Lambda(2) \Rightarrow W_x - 2T_2 = \frac{3}{2}\cdot m\cdot\alpha_{cm} \quad (3)$$

$$\tau\rho o\chi: \quad \Sigma\tau = \mathrm{I}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T'_2\cdot R = 1.95\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu(\tau\rho o\chi)} \xRightarrow[(3)]{\alpha_{\gamma\omega\nu(\tau\rho o\chi)}=\frac{2\alpha_{cm}}{R}}$$

$$W_x - 2\cdot\frac{1.95\cdot\frac{2\alpha_{cm}}{R}}{R} = \frac{3}{2}\cdot m\cdot\alpha_{cm}$$

$$300 \cdot 0.8 - \frac{4 \cdot 1.95 \cdot \alpha_{cm}}{4 \cdot 10^{-2}} = 45 \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = 1\frac{m}{sec^2}$$

$$\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 5\frac{rad}{sec^2}$$

κύλινδρος:

$$s = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow t = 2sec$$

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} \cdot t \Rightarrow \upsilon_{cm} = 2\frac{m}{sec}$$

$$\beta)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$$

κύλινδρος:

$$\mathbf{\Theta MKE}_{O\to S}: K_{\tau\epsilon\lambda} - \mathrm{K}_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Rightarrow (\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot \omega^2) - 0 = (\Sigma F_x) \cdot S + (\Sigma\tau) \cdot \Delta\theta$$

$$\Sigma F_x = m \cdot \alpha_{cm}$$

$$\Sigma\tau = \mathrm{I} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$$

$$\frac{3}{4} \cdot m \cdot \upsilon_{cm}^2 = m \cdot \alpha_{cm} \cdot s + \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \Delta\theta \xRightarrow[\Delta\theta \cdot R = S]{\alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R = \alpha_{cm}}$$

$$\frac{3}{4} \cdot m \cdot \upsilon_{cm}^2 = m \cdot \alpha_{cm} \cdot s + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \alpha_{cm} \cdot s \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot m \cdot \upsilon_{cm}^2 = \frac{3}{2} \cdot m \cdot \alpha_{cm} \cdot S \Rightarrow \upsilon_{cm} = 2\frac{m}{sec}$$

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} \cdot t \Rightarrow 2 = \alpha_{cm} \cdot t \Rightarrow t = \frac{2}{\alpha_{cm}}$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot (\frac{2}{\alpha_{cm}})^2 \Rightarrow \alpha_{cm} = 1\frac{m}{s^2}$$

$$\gamma)\underline{\tau\rho\acute{o}\pi o\varsigma}$$

Ο κύλινδρος εκτελεί σύνθετη κίνηση, μεταφορική ΔS_{cm} και στροφική $R \cdot \Delta\theta$

ΚΧΟ για τον κύλινδρο

$$\Delta S_{cm} = R \cdot \Delta\theta$$

Η στροφή της τροχαλίας κατά $\Delta\theta'$ έχει σαν αποτέλεσμα να ξετυλίγεται νήμα μήκους $R \cdot \Delta\theta'$.

$$R \cdot \Delta\theta' = \Delta S_{cm} + R \cdot \Delta\theta$$

$$R \cdot \Delta\theta' = R \cdot \Delta\theta + R \cdot \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta' = 2\Delta\theta \Rightarrow \frac{d\theta'}{dt} = 2 \cdot \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \omega' = 2 \cdot \omega$$

Για το σύστημα των σωμάτων κύλινδρος - τροχαλία.

$$\mathbf{\Theta MKE}_{O\to S}: K_{\tau\epsilon\lambda} - \mathrm{K}_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2) \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \cdot \mathrm{I}_{\tau\rho o\chi} \cdot (2 \cdot \omega)^2 = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \cdot s$$

όπου $\omega = \frac{\upsilon_{cm}}{R}$

και μετά τις πράξεις $\upsilon_{cm} = 2\frac{m}{s}$

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} \cdot t \Rightarrow 2 = \alpha_{cm} \cdot t \Rightarrow t = \frac{2}{\alpha_{cm}}$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot (\frac{2}{\alpha_{cm}})^2 \Rightarrow \alpha_{cm} = 1\frac{m}{s^2}$$

$$\delta)\underline{\tau\rho \acute{o} \pi o \varsigma}$$

νήμα(2) αβαρές, μη εκτατό $(\mathrm{T}_2 = \mathrm{T}_2')$

ΚΧΟ:

$$\upsilon_{\mathrm{E}} = 2 \cdot \upsilon_{cm} = 2 \cdot \omega \cdot R$$

$$\upsilon_{\mathrm{H}} = \upsilon_{\mathrm{E}} \Rightarrow \omega_{\tau\rho o\chi} \cdot R = 2 \cdot \omega \cdot R \Rightarrow \omega_{\tau\rho o\chi} = 2 \cdot \omega$$

ΑΔΕ:

$$U_{\kappa\upsilon\lambda} = \mathrm{K}^{\kappa\upsilon\lambda}_{\mu\varepsilon\tau} + \mathrm{K}^{\kappa\upsilon\lambda}_{\pi\varepsilon\rho} + \mathrm{K}^{\tau\rho o\chi}_{\pi\varepsilon\rho} \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot I_{\kappa\upsilon\lambda} \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \cdot I_{\tau\rho o\chi} \cdot \omega_{\tau\rho o\chi}^2$$

$$m \cdot g \cdot s \cdot \eta\mu\varphi = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2) \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \cdot \mathrm{I}_{\tau\rho o\chi} \cdot (2 \cdot \omega)^2$$

όπου $\omega = \frac{\upsilon_{cm}}{R}$

και μετά τις πράξεις $\upsilon_{cm} = 2\frac{m}{s}$

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} \cdot t \Rightarrow 2 = \alpha_{cm} \cdot t \Rightarrow t = \frac{2}{\alpha_{cm}}$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot (\frac{2}{\alpha_{cm}})^2 \Rightarrow \alpha_{cm} = 1\frac{m}{s^2}$$

Μπορείτε να εκτυπώσετε τις λύσεις σε μορφή pdf από εδώ και τα θέματα από εδώ